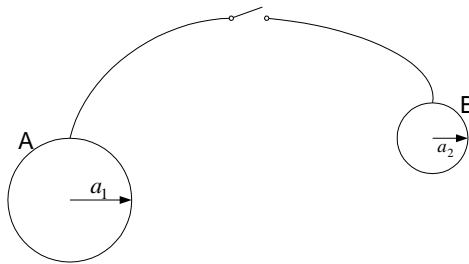


Prijemni ispit iz osnova elektrotehnike

(Rešenja)

Zadatak 1. Dve provodne sfere poluprečnika $a_1 = 10 \text{ cm}$ i $a_2 = 5 \text{ cm}$ nalaze se u vazduhu i naelektrisane su sa $Q_1 = 100 \text{ pC}$ i $Q_2 = 200 \text{ pC}$. Spojene su prema slici.

- Izračunati napon između tačaka A i B koje se nalaze na površi sfera pri otvorenom prekidaču
- Izračunati količinu naelektrisanja koja protokne kroz provodnik kada se prekidač zatvori i potencijale obe sfere.



Sl. 1

Rešenje:

a)

$$V_A = k \frac{Q_1}{a_1} = 9 \text{ V}, \quad V_B = k \frac{Q_2}{a_2} = 36 \text{ V}, \quad U_{AB} = V_A - V_B = -27 \text{ V}$$

b)

Kada se prekidač zatvori elektricitet protiče dok se potencijal obe kugle ne izjednače, $V_A = V_B$. Kako su naelektrisanja prve i druge kuglice $Q_1 + \Delta Q$ i $Q_2 - \Delta Q$, to je

$$k \frac{Q_1 + \Delta Q}{a_1} = k \frac{Q_2 - \Delta Q}{a_2}.$$

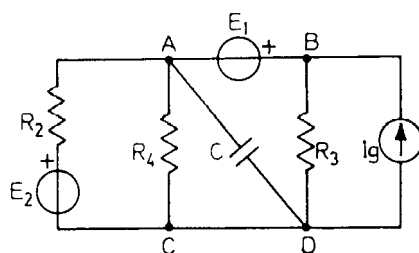
Zamenom datih vrednosti dobija se

$$\Delta Q = 100 \text{ pC}, \quad \text{odnosno } V_A = V_B = 18 \text{ V}.$$

Zadatak 2. Primenom teoreme superpozicije u kolu prikazanom na Sl. 2. Odrediti:

- struju u grani sa otpornikom otpornosti R_4 ;
- snagu koja se razvija na otporniku otpornosti R_4 i
- elektrostatičku energiju kondenzatora u stacionarnom stanju.

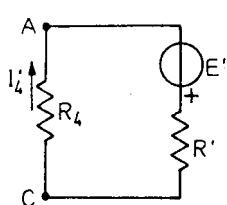
Brojne vrednosti: $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $I_g = 40 \text{ mA}$, $C = 8 \mu\text{F}$, $R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 200 \Omega$, $R_4 = 400 \Omega$.



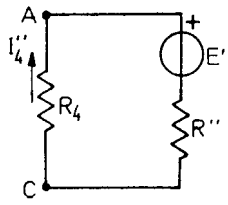
Sl. 2

Rešenje:

a) Kada u kolu deluje samo elektromotorna sila E_1 , Sl. 2a :



Sl. 2a



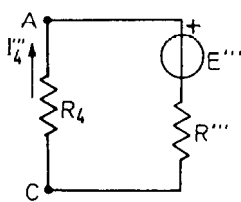
Sl. 2b

$$E' = \frac{E_1 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{20}{3} \text{ V}, \quad R' = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{200}{3} \Omega, \quad I_4' = \frac{E'}{R_4 + R'} = \frac{1}{70} \text{ A}.$$

Kada u kolu deluje samo elektromotorna sila E_2 , Sl. 2b :

$$E'' = \frac{E_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20}{3} \text{ V}, \quad R'' = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{200}{3} \Omega, \quad I_4'' = \frac{-E''}{R_4 + R''} = -\frac{1}{70} \text{ A}.$$

Kada u kolu deluje samo strujni generator I_g , Sl.31c :



Sl.31c

$$E''' = R I_g = \frac{8}{3} \text{ V}, \quad R''' = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3} = \frac{200}{3} \Omega, \quad I_4''' = \frac{-E'''}{R_4 + R'''} = -\frac{1}{175} \text{ A}.$$

Na osnovu principa superpozicije je:

$$I_{AC} = I_4 = -\left(I_4' + I_4'' + I_4'''\right) = \frac{1}{175} \text{ A}.$$

b) Snaga koja se razvija na otporniku otpornosti R_4 je:

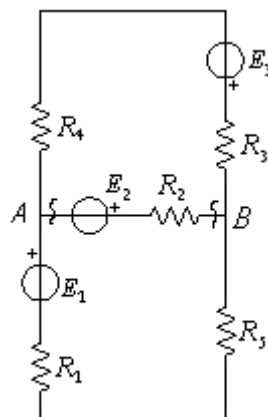
$$P_4 = R_4 I_4^2 = 13,06 \text{ mW}.$$

c) Napon na krajevima kondenzatora je:

$$U_{AC} = R_4 I_4 = 2.28 \text{ V},$$

$$\text{A njegova elektrostatička energija je : } W_e = \frac{1}{2} U_{AC}^2 C = 20,79 \text{ } \mu\text{J}.$$

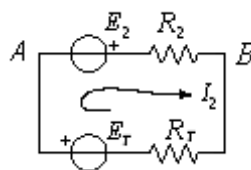
Zadatak 3. Primenom Tevenenove teoreme odrediti struju u grani sa elementima E_2 i R_2 kola na Sl. 3 . Date su brojne vrednosti: $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 40\Omega$, $R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 10\Omega$, $E_1 = 3\text{V}$, $E_2 = E_3 = 7\text{V}$.



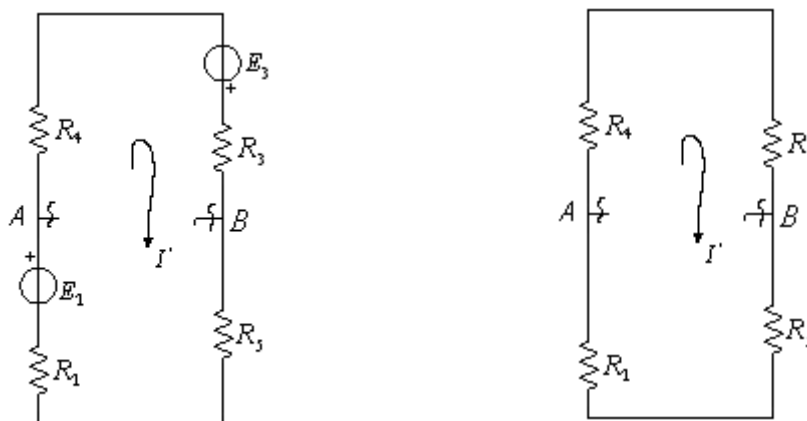
Sl. 3

Rešenje:

Koristeći Tevenenovu teoremu može se ostatak kola u odnosu na granu AB zameniti ekvivalentnim Tevenenovim generatorom:



$$\text{Tada je : } I_2 = \frac{E_T + E_2}{R_T + R_2},$$



$$E_T = U'_{AB} = \sum_B^A (E, -RI) = -R_5 I' - R_1 I' + E_1,$$

$$I' = \frac{E_3 + E_1}{R_3 + R_5 + R_1 + R_4} = 0,1 \text{ A},$$

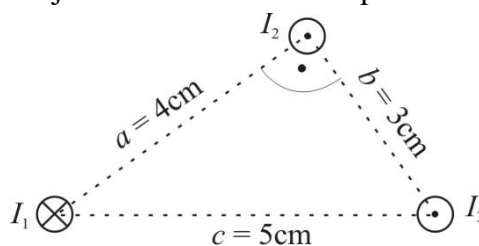
$$E_T = U'_{AB} = -1 \text{ V}$$

$$R_T = R'_{AB} = \frac{(R_4 + R_3)(R_1 + R_5)}{R_3 + R_5 + R_1 + R_4} = 24 \Omega.$$

$$I_2 = \frac{-1+3}{24+6} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} = 0,0667$$

$$I_2 = 0,0667 \text{ A}$$

Zadatak 4. Na slici su prikazana tri beskonačno duga pravolinijska provodnika sa strujama $I_1 = 100 \text{ A}$, $I_2 = 150 \text{ A}$ i $I_3 = 300 \text{ A}$. Odrediti intenzitet vektora elektromagnetne sile kojom provodnici sa strujama I_1 i I_3 deluju na dužinu od $l = 1 \text{ m}$ provodnika sa strujom I_2 .



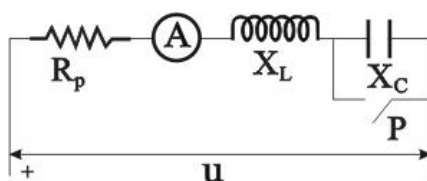
Sl. 4

Rešenje:

$$F = I_2 l B = I_2 l \sqrt{\left(\mu_0 \frac{I_1}{2\pi a}\right)^2 + \left(\mu_0 \frac{I_3}{2\pi b}\right)^2},$$

$$F = 0.31 \text{ N}.$$

Zadatak 5. U kolu prostoperiodične struje na slici pokazivanje ampermetra je isto, pri otvorenom i pri zatvorenom prekidaču, ako je $R = 8 \Omega$, $X_L = 6 \Omega$. Koliko je X_C ?



Sl. 5

Rešenje:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1}, \text{ kada je P otvoren} \Rightarrow I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}},$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2}, \text{ kada je P zatvoren} \Rightarrow I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L)^2}},$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L)^2}.$$

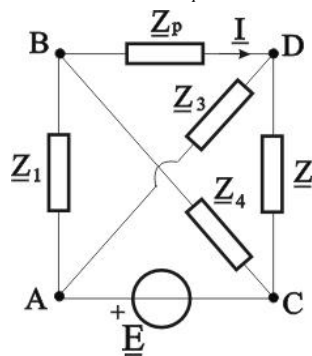
Kvadriranjem leve i desne strane dobija se

$$R^2 + (X_L - X_C)^2 = R^2 + X_L^2, \text{ tj.}$$

$$X_C(X_C - 2X_L) = 0,$$

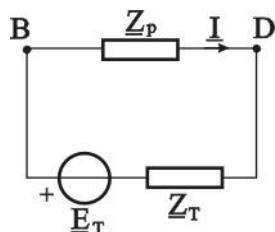
$$X_C = 0, X_C = 2X_L = 12 \Omega.$$

Zadatak 6. Primenom Tevenenove teoreme odrediti struju \underline{I} u kolu prostoperiodične struje na slici. Brojni podaci: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = 10 \Omega$, $\underline{Z}_3 = \underline{Z}_4 = j5 \Omega$, $\underline{Z}_p = (1 - j3) \Omega$, $\underline{E} = (30 - j10)V$.

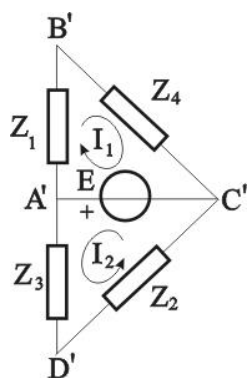


Sl. 6

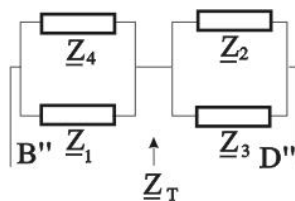
Rešenje:



Sl. 6a



Sl. 6b



Sl. 6c

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_T}{\underline{Z}_p + \underline{Z}_T},$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4} = \frac{30 - j10}{10 + j5} = (2 - j2)A,$$

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{BD} = \underline{Z}_3 \underline{I}_2 - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = (-10 + j30) \text{V},$$

$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_{BD} = 2 \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4} = (4 + j8) \Omega,$$

$$\underline{I} = \frac{-10 + j30}{4 + j8 + 1 - j3} = (2 + j4) \text{A}.$$